**Школьный этап всероссийской олимпиады школьников по математике**

**10 класс 2020-2021 учебный год**

**ОТВЕТЫ**

**Каждое задание оценивается в 7 баллов.**

**Максимальное количество баллов – 35**

№1

*Ответ:*4%.

*Решение.*Пусть ширина замка равна *a*, а ширина пристройки — *b*. Тогда первоначальный периметр равен 4*a*, а итоговый периметр равен 4*a*+ 2*b*.

Тогда:

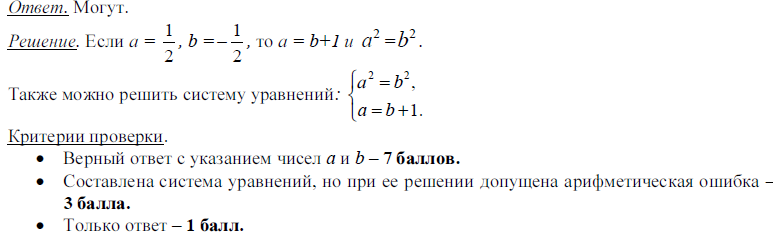
1*,*1 *·*4*a*= 4*a*+ 2*b ⇔* *b*= 0*,*2*a .*

Отсюда площадь замка стала равна *a*2 +(0*,*2*a*)2 = 1*,*04*a*2, то есть площадь увеличилась на 4%.

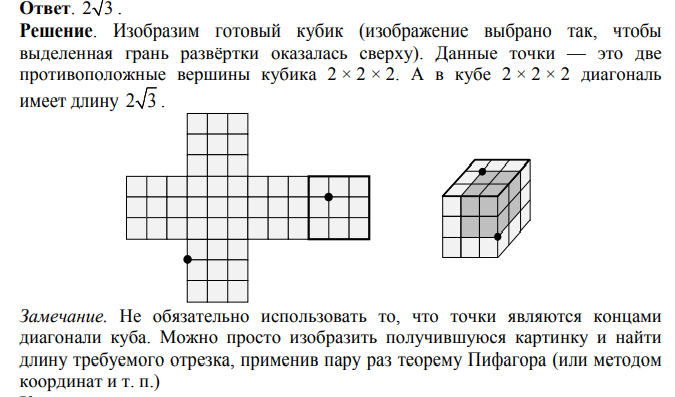
*Критерии.*Любое верное решение: 7 баллов.

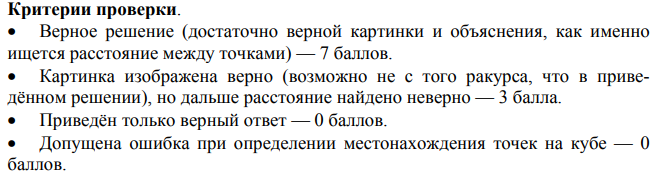
Верно найдена сторона пристройки, однако дальнейшее решение отсутствует или неверно: 4 балла.

Приведён только верный ответ: 0 баллов.

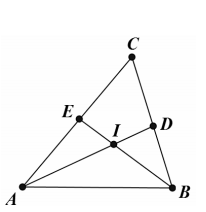
№ 2. 

№ 3





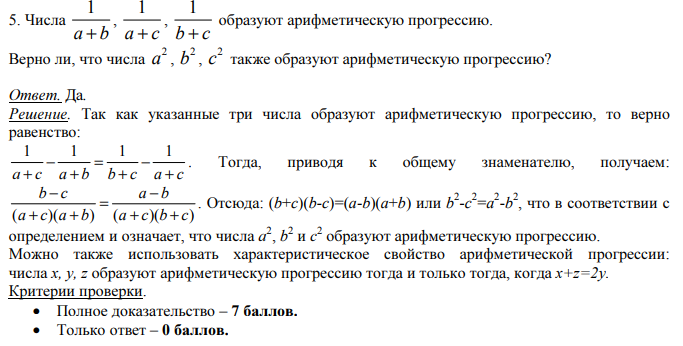
№ 4 Ответ. Нет, не могут.

***Способ 1.*** Пусть такое возможно, т. е. биссектрисы AD и BE треугольника ABC разбивают его на четыре части равной площади. Пусть I точка — пересечения указанных биссектрис. Равновеликие треугольники AIB и AIE имеют общую высоту, проведённую из вершины A, поэтому BI = IE. Аналогично, из равенства площадей треугольников AIB и DIB следует равенство AI = ID. Значит, диагонали четырёхугольника AEDB точкой пересечения делятся пополам, т. е. AEDB — параллелограмм. Это невозможно, так как прямые AE и BD не параллельны, они пересекаются в точке C.

***Способ 2.*** Пусть такое возможно, т. е. биссектрисы AD и BE треугольника ABC разбивают его на четыре части равной площади. Треугольники ACD и ABD равновелики, поэтому биссектриса AD — медиана. Аналогично BE — медиана. Три медианы делят треугольник на шесть равновеликих частей, значит, площадь треугольника AIE составляет шестую часть площади треугольника ABC, а не четверть (как в условии). Противоречие.

***Примечание.*** Заметим, что из решения первым способом следует, что условие задачи избыточно, достаточно равенства площадей трёх получившихся треугольников.

***Критерии проверки.*** Любое полное верное решение — 7 баллов. • В целом верное решение, содержащее пробелы в обосновании, — 5−6 баллов. • Некоторые разумные идеи, не приведшие к верному решению, — 1−2 балла. • Верный ответ — 0 баллов. Верный ответ — 0 баллов.

№ 5